МОУ «Осташевская средняя общеобразовательная школа»

Тема урока: «Синус, косинус и тангенс двойного угла».

Класс: 10

Предмет: Алгебра и начала математического анализа

Учитель: Шорникова С.П.

2014 г.

Открытый урок по алгебре и началам математического анализа

10 класс

<u>Тема урока</u>: «Синус, косинус и тангенс двойного угла».

<u>Тип урока</u>: закрепление новых знаний.

<u>Цель урока</u>: закрепление знаний и выработка умений по их применению.

<u>Структура урока</u>: самостоятельное применение знаний в сходной и новой ситуациях; самоконтроль; коррекция знаний и умений.

ХОД УРОКА

1) Организационный момент.

На прошлых уроках нами были изучены и стали применяться на практике «Формулы двойного угла».

Сегодня на уроке мы будем вырабатывать умения применять наши новые знания в стандартных и нестандартных ситуациях.

2) Проверка домашнего задания

(поисковая творческая деятельность «учитель ↔ ученик»)

3) Самостоятельное применение знаний

(Дифференцированные задания)

Итог работы – тема следующего урока.

4) Срезовая работа (с последующей проверкой)

5) Выставление оценок

Запись домашнего задания.

Проверка домашнего задания.

(записи учителя предварительно записаны на доске)

1) Докажите тождество:

Учитель

$\sin^4\alpha - \cos^4\alpha = -\cos 2\alpha$

Преобразуем левую часть к правой:

$(\sin^2\alpha)^2 - (\cos^2\alpha)^2 = -\cos 2\alpha$

Ученики

$(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha)(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = -\cos 2\alpha$

$\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = -\cos 2\alpha$

$-(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = -\cos 2\alpha$

$-\cos 2\alpha = -\cos 2\alpha$ **ч.т.д.**

2) Вычислить:

Учитель

Вычислить sin2α, если

$\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{3}$

Ученики

Возведем обе части равенства в квадрат:

$(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = \frac{1}{9}$

$\sin^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha + \cos^2\alpha = \frac{1}{9}$

$-2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{9} - 1$

$-2\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{8}{9}$

$\sin 2\alpha = \frac{8}{9}$

Ответ: $\sin 2\alpha = \frac{8}{9}$

3) Доказать тождество:

Учитель

$$tg\alpha + ctg\alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

Преобразуем левую и правую часть тождества к одному и тому же выра - жению:

Ученики

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{2}{2\sin\alpha\cos\alpha}$$

$$\frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\cos\alpha\sin\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}$$

$$\frac{1}{\cos\alpha\sin\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}$$ **ч.т.д.**

4) Доказать тождество:

Учитель

$\sin 2\alpha - \mathrm{tg}\alpha = \cos 2\alpha\, \mathrm{tg}\alpha$

Установим, что разность между левой и правой частями равна 0:

$\sin 2\alpha - \mathrm{tg}\alpha - \cos 2\alpha\, \mathrm{tg}\alpha = 0$

$\sin 2\alpha - \mathrm{tg}\alpha(1 + \cos 2\alpha) = 0$

Ученики

$\sin 2\alpha - \mathrm{tg}\alpha(1 + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = 0$

$\sin 2\alpha - \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot 2\cos^2\alpha = 0$

$\sin 2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha = 0$

$\sin 2\alpha - \sin 2\alpha = 0$ **ч.т.д.**

1	2	3	4	5	6	7	8

Синус – $\sin 40^\circ$

Тангенс – 1

Косинус – $\cos \frac{2\pi}{5}$

Котангенс – -1

Угла – $-\frac{23}{25}$

В – $\frac{\sqrt{2}}{2}$

; – $\cos 40^\circ$

Отрезка – $\sin 25^\circ$

Целого – -12

Половинного – $0{,}96 = \frac{24}{25}$

, – $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Двойного – $\cos 25^\circ$

. – $\frac{4}{3}$

И – $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Дифференцированные задания

Ответы и решения

Синус	,	косинус	и	тангенс	половинного	угла	.
$\sin 40°$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos\frac{2\pi}{5}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$0{,}96=\frac{24}{25}$	$-\frac{23}{25}$	$\frac{4}{3}$

Самостоятельное применение знаний

(дифференцированные задания)

I вариант

1) Упростить: $2\cos 20° \cdot \sin 20°$;

2) Вычислить: $\sqrt{4}sin\frac{\pi}{8}cos\frac{\pi}{8}$;

3) Упростить: $\cos\frac{2\pi}{5} - \sin\frac{2\pi}{5}$;

4) Вычислить: $1 - 2sin^2 15°$;

5) Вычислить: $4\sin 15° \cdot \cos 15°$;

6) Вычислить: $\sin 2\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

7) Вычислить: $\cos 2\alpha$, если $\cos^2\alpha = \frac{1}{25}$;

8) Вычислить: $\mathrm{tg}\, 2\alpha$, если $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{2}$.

II вариант

1) Упростить: $2\cos^2 20° \cdot \operatorname{tg} 20°$;

2) Вычислить: $2\sin 22°30' \cdot \cos 22°30'$;

3) Упростить: $2\cos^2 \frac{\pi}{5} - 1$;

4) Вычислить: $2\cos^2 15° - 1$;

5) Упростить: $2\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha$;

6) Вычислить: $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0{,}8$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

7) Вычислить: $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0{,}2$;

8) Вычислить: $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 0{,}5$.

III вариант

1) Упростить: $2\sin^2 20° \cdot \operatorname{ctg} 20°$;

2) Вычислить: $1 - 2\sin^2 22°30'$;

3) Упростить: $-2\sin^2\frac{\pi}{5}+1$;

4) Вычислить: $(\cos 15° + \sin 15°)(\cos 15° - \sin 15°)$;

5) Упростить: $\frac{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2-1}{\sin 2\alpha}$;

6) Вычислить: $\sin 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0{,}6$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

7) Вычислить: $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{1}{5}$;

8) Вычислить: $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\operatorname{ctg}\alpha = 2$.

Дифференцированные задания

Ответы и решения

I вариант

1) $2\cos 20° \cdot \sin 20° = \mathbf{\sin 40°}$.

2) $\sqrt{4} sin\frac{\pi}{8} cos\frac{\pi}{8} = 2\sin\frac{\pi}{8} \cdot \cos\frac{\pi}{8} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

3) $\cos^2\frac{\pi}{5}$ - $\sin^2\frac{\pi}{5}$ = $\mathbf{\cos\frac{2\pi}{5}}$.

4) $1 - 2sin^2 15°$ = $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

5) $4\sin 15° \cdot \cos 15°$ = $2\sin 30° = 2 \cdot \frac{1}{2} = \mathbf{1}$.

6) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$.

α- I четверть $\cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$,

$\sin 2\alpha = 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} = \mathbf{\frac{24}{25}}$.

7) $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2 \cdot \frac{1}{25} - 1 = \frac{2}{25} - 1 = -\mathbf{\frac{23}{25}}$.

8) $\text{tg}\, 2\alpha = \frac{2\text{tg}\alpha}{1 - \text{tg}^2\alpha} = \frac{2\cdot\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \mathbf{\frac{4}{3}}$.

Дифференцированные задания

Ответы и решения

II вариант

1) $2\cos^2 20° \cdot \mathrm{tg}\, 20° = 2cos^2 20° \cdot \frac{\sin 20°}{\cos 20°} = \mathbf{\sin 40°.}$

2) $2\sin 22°30' \cdot \cos 22°30' = \sin 45° = \frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}}.$

3) $2\cos^2\frac{\pi}{5} - 1 = \ \mathbf{\cos\frac{2\pi}{5}}.$

4) $2\cos^2 15° - 1 = \cos 30° = \frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{2}}.$

5) $2\cos^2\alpha - \cos 2\alpha = 2cos^2\alpha - (2cos^2\alpha - 1) = \mathbf{1}.$

6) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha.$

$\cos\alpha = 0{,}8$ α - I четверть

$\sin\alpha = \ \sqrt{1} - 0{,}64 = 0{,}6.$

$2\sin\alpha\cos\alpha = 2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}6 = \mathbf{0{,}96} = \frac{\mathbf{24}}{\mathbf{25}}.$

7) $\cos 2\alpha = 2cos^2\alpha - 1.$

$\cos 2\alpha = 2 \cdot 0{,}04 - 1 = -\mathbf{0{,}92} = -\frac{\mathbf{23}}{\mathbf{25}}.$

8) $\mathrm{tg}\, 2\alpha = \frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}.$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \mathrm{tg}\alpha = 0{,}5.$

$\mathrm{tg}2\alpha = \frac{2\cdot 0{,}5}{1-0{,}25} = \frac{1}{0{,}75} = \frac{100}{75} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}\mathbf{.}$

Дифференцированные задания

Ответы и решения

III вариант

1) $2\sin^2 20° \cdot \text{ctg}\, 20° = 2sin^2 20° \cdot \frac{\cos 20°}{\sin 20°} = \mathbf{\sin 40°.}$

2) $1 - 2\sin^2 22°30' = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

3) $-2\sin^2 \frac{\pi}{5} + 1 = 1 - 2sin^2 \frac{\pi}{5} = \mathbf{\cos \frac{2\pi}{5}}.$

4) $(\cos 15° + \sin 15°)(\cos 15° - \sin 15°) = cos^2 15° - sin^2 15° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

5) $\frac{(\cos\alpha + \sin\alpha)^2 - 1}{\sin 2\alpha} = \frac{cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + sin^2\alpha - 1}{\sin 2\alpha} = \mathbf{1}.$

6) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha.$

$\sin\alpha = -0{,}6$ α-III четверть

$\cos\alpha = -\sqrt{1} - 0{,}36 = -0{,}8.$

$\sin 2\alpha = 2 \cdot (-0{,}6) \cdot (-0{,}8) = \mathbf{0{,}96} = \frac{\mathbf{24}}{\mathbf{25}}.$

7) $\cos 2\alpha = 2cos^2\alpha - 1 = 2 \cdot \frac{1}{25} - 1 = \frac{2}{25} - 1 = -\frac{\mathbf{23}}{\mathbf{25}}.$

8) $\text{tg}\, 2\alpha = \frac{2\text{tg}\alpha}{1 - \text{tg}^2\alpha}$

$\text{ctg}\,\alpha = 2, \ \text{tg}\,\alpha = \frac{1}{2}$

$\text{tg}\, 2\alpha = \frac{2 \cdot \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$

Срезовая работа

(с последующей проверкой)

I вариант

1) Вычислить: $2\cos 60° - tg\frac{\pi}{4}$;

2) Сравните значения выражений: $\sin\frac{\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{2}$;

3) Могут ли одновременно выполняться равенства: $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ и $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$;

4) Известно, что $\sin\alpha = 0{,}8$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите значения трёх других тригонометрических функций угла α.

5) Упростить выражение: $sin^2\alpha + cos^2\alpha + tg^2\beta$;

6) Вычислить: $cos^2\frac{\pi}{12} - sin^2\frac{\pi}{12}$;

7) Упростить выражение: $\cos 64° \cos 34° + \sin 64° \sin 34°$;

8) Дано: $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$. Найти: $\sin\alpha\cos\alpha$.

9) Упростить: $(tg\alpha cos\alpha)^2 + (ctg\alpha sin\alpha)^2$.

10) Упростить: $\sin 2\alpha + (sin\alpha - cos\alpha)^2$.

Срезовая работа

(с последующей проверкой)

II вариант

1) Вычислить: $\mathrm{c}tg\,45° - 2\sin\frac{\pi}{6}$;

2) Сравните значения выражений: $\frac{\pi}{3}$ и $\cos\frac{\pi}{3}$;

3) Могут ли одновременно выполняться равенства: $\operatorname{tg}\alpha = 5$ и $\operatorname{ctg}\alpha = 0{,}2$;

4) Известно, что $\cos\alpha$=0,6 и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Найдите значения трёх других тригонометрических функций угла α.

5) Упростить выражения: $\mathrm{t}g\,\beta ctg\beta - sin^2\alpha$;

6) Вычислить: $2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12}$;

7) Упростить выражение: $\sin\alpha\cos 3\alpha + \cos\alpha\sin 3\alpha$;

8) Дано: $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$. Найти: $\sin\alpha\cos\alpha$.

9) Упростить: $(tg\alpha cos\alpha)^2 + (ctg\alpha sin\alpha)^2$.

10) Упростить: $\sin 2\alpha + (sin\alpha - cos\alpha)^2$.

Срезовая работа

Ответы и решения

I вариант

1) $2\cos 60° - tg\frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = \mathbf{0.}$

2) $\sin\frac{\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2} > \sin\frac{\pi}{2} = 1.$

3) $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$

$(\frac{1}{3})^2 + (\frac{2\sqrt{2}}{3})^2 = 1$

$\frac{1}{9} + \frac{4\cdot 2}{9} = 1$

$\frac{1}{9} + \frac{8}{9} = 1$

1=1 – **верно**

4) $\sin\alpha = 0{,}8$

α – III четверть	$\cos\alpha = -\sqrt{1} - 0{,}64 = -0{,}6$
$\cos\alpha < 0$	$\operatorname{tg}\alpha = \frac{0{,}8}{-0{,}6} = -\mathbf{\frac{4}{3}}$
$\operatorname{tg}\alpha < 0$	$\operatorname{ctg}\alpha = -\mathbf{\frac{3}{4}}$
$\operatorname{ctg}\alpha < 0$	

5) $sin^2\alpha + cos^2\alpha + tg^2\beta = 1 + tg^2\beta = \mathbf{\frac{1}{cos^2\beta}}.$

6) $cos^2\frac{\pi}{12} - sin^2\frac{\pi}{12} = cos2 \cdot \frac{\pi}{12} = \cos\frac{\pi}{6} = \mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}}.$

7) $\cos 64° \cos 34° + \sin 64° \sin 34° = \cos(64° - 34°) = \cos 30° = \mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}}.$

8) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3};$

$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = \frac{1}{9};$

$sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + cos^2\alpha = \frac{1}{9};$

$2\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{8}{9};$

$\sin\alpha\cos\alpha = -\mathbf{\frac{4}{9}}.$

9) $tg^2\alpha cos^2\alpha + ctg^2\alpha sin^2\alpha = sin^2\alpha + cos^2\alpha = \mathbf{1}.$

10) $\sin 2\alpha + sin^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha + cos^2\alpha = \mathbf{1}.$

Срезовая работа

Ответы и решения

II вариант

1) $\operatorname{ctg} 45° - 2\sin\frac{\pi}{6} = 1 - 2\cdot\frac{1}{2} = \mathbf{0}$.

2) $\frac{\pi}{3}$ и $\cos\frac{\pi}{3}$

$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ $\qquad \frac{\pi}{3} \approx 1{,}04$

$\frac{\pi}{3} > \cos\frac{\pi}{3}$

3) $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = \mathbf{1}$

5·0,2=1

1=1-верно

4) $\cos\alpha = 0{,}6$

α-IV четверти	$\sin\alpha = -\sqrt{1} - 0{,}36 = \mathbf{-0,8}$
$\sin\alpha < 0$	$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{0{,}8}{0{,}6} = -\mathbf{\frac{4}{3}}$
$\operatorname{tg}\alpha < 0$	$\operatorname{ctg}\alpha = -\mathbf{\frac{3}{4}}$
$\operatorname{ctg}\alpha < 0$	

5) $\operatorname{tg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\beta - sin^2\alpha = 1 - sin^2\alpha = \boldsymbol{cos^2\alpha}$

6) $2\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{12} = \sin 2\cdot\frac{\pi}{12} = \sin\frac{\pi}{6} = \mathbf{\frac{1}{2}}$.

7) $\sin\alpha\cos 3\alpha + \cos\alpha\sin 3\alpha = \sin(\alpha + 3\alpha) = \boldsymbol{\sin 4\alpha}$.

8) $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$;

$(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = \frac{1}{9}$;

$sin^2\alpha + 2\sin\alpha\cos\alpha + cos^2\alpha = \frac{1}{9}$;

$2\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{8}{9}$;

$\sin\alpha\cos\alpha = -\mathbf{\frac{4}{9}}$.

9) $tg^2\alpha cos^2\alpha + ctg^2\alpha sin^2\alpha = sin^2\alpha + cos^2\alpha = \mathbf{1}$.

10) $\sin 2\alpha + sin^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha + cos^2\alpha = \mathbf{1}$.